

**19. час**  
**Припремна настава за упис у СМ одељење (05.5.2020.)**  
**Ваљак и купа**

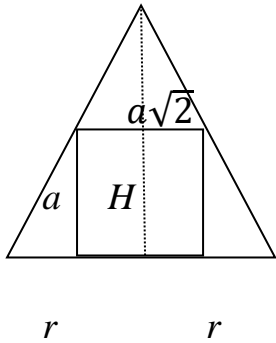
1. Једнакостранични троугао  $ABC$  странице  $a = 2\text{ cm}$ , ротира око праве која је паралелна основици  $AB$  троугла и садржи теме  $C$ . Израчунати запремину добијеног тела.
2. У купу полупречника основе  $4\text{ cm}$  и висине  $6\text{ cm}$ , уписана је коцка тако да јој једна страна припада основи купе. Израчунати дужину ивице коцке.
3. Наћи однос запремина два тела која настају ротацијом датог трапеза око две његове наспрамне странице (дужина  $a$  и  $b$ ).
4. Наћи однос запремина два тела која настају ротацијом датог паралелограма око две његове суседне странице (дужина  $a$  и  $b$ ).
5. Из дрвене купе полупречника основе  $3\text{ cm}$  и изводнице  $5\text{ cm}$ , издубљен је ваљак полупречника основе  $1\text{ cm}$  и висине једнаке половини висине купе, тако да се оса та два тела поклапају. Колика је површина преосталог тела?
6. У праву купу висине  $8\text{ cm}$  и изводнице  $10\text{ cm}$ , уписан је ваљак тако да је површина омотача ваљка једнака површини омотача купе изнад ваљка. Израчунати висину ваљка.

Ана Станковић  
ana.stankovic@prvagimnazija.edu.rs

## Решења:

1. Добијено тело је ваљак из кога су издубљене две купе. Полупречник основе ваљка је  $h$  троугла, а висина ваљка је једнака страници троугла. Полупречници основа купа једнаки су  $h$  троугла, а збир висина купа једнак је страници троугла. Тражена запремина једнака је  $V_{\text{ваљка}} - V_{\text{прве купе}} - V_{\text{друге купе}} = 4\pi \text{cm}^3$ .

2. Ако поставимо раван кроз осу купе и дијагоналу коцке, добија се у пресеку, правоугаоник страница  $a$  и  $a\sqrt{2}$ , уписан у једнакокраки троугао основице  $2r = 8\text{cm}$  и висине  $H = 6\text{cm}$ . Из сличности троуглова добијамо  $\frac{H-a}{H} = \frac{a\sqrt{2}}{r}$ , одакле је  $a = \frac{24}{3\sqrt{2}+4}\text{cm}$



3. Ротацијом око краће основице добија се ваљак из кога су издубљене две купе. Полупречник основе ваљка је  $h$  трапеза, а висина ваљка је једнака дужи основици. Полупречници основа купа једнаки су  $h$  трапеза, а збир висина купа једнак је разлици основица трапеза. Ротацијом око дуге основице добија се ваљак на кога су додате две купе. Полупречник основе ваљка је  $h$  трапеза, а висина ваљка је једнака краћој основици. Полупречници основа купа једнаки су  $h$  трапеза, а збир висина купа једнак је разлици основица трапеза. Тражени однос је  $(2a - b) : (4a - b)$

4. Ротацијом око странице добија се ваљак из кога је издубљена купа и на кога је додата купа-па је запремина тела једнака запремини ваљка. Како је  $a \cdot h_a = b \cdot h_b$ , тражени однос је  $a : b$ .

5. Из датих података добијају се висина купе и ваљка,  $H_k = 4\text{cm}$ ,  $H_v = 2\text{cm}$ . Тражена површина је  $P = M_k + B_k + M_v = 28\pi \text{cm}^2$

6. Ако је  $H$  висина ваљка, а  $s_1$ ,  $r$  изводница, односно полупречник основе дела купе изнад ваљка, из  $r\pi s_1 = 2r\pi H$ , добијамо да је  $s_1 = 2H$ . Из  $\frac{s_1}{10} = \frac{8-H}{8}$ , добијамо да је  $H = \frac{40}{13}\text{cm}$ .