

1. Дат је правоугаоник тако да је $AB=2BC=a$. Кружница са центром у C и полупречником a сече страницу AB у тачки M . Израчунати угао CDM .
2. Дат је $\triangle ABC$. На страници AC изабрана је тачка P , а на страници BC тачка Q такве да је обим $\triangle ABP$ једнак обиму $\triangle ABQ$ и обим $\triangle AQC$ једнак обиму $\triangle PBC$. Доказати да је $\triangle ABC$ једнакокраки.
3. Нека је O центар уписане кружнице у троугао ABC . Права која садржи тачку O и паралелна је страници AB сече странице CA и CB редом у тачкама K и L . Доказати да је $KL=AK+LB$.
4. У $\triangle ABC$ је $\angle A=36^\circ$. Симетрале унутрашњег и спољашњег угла α секу праву BC редом у тачкама M и N , тако да је $AM=AN$. Израчунати остале углове $\triangle ABC$.
5. Нека је M пресек симетрала спољашњих углова код A и D трапеза $ABCD$. N је пресек симетрала спољашњих углова код B и C . Ако је $MN=2020$ израчунати обим трапеза.
6. У правоугаонику $ABCD$ је $AB=2BC$. На страници AB дата је тачка P таква да је $\angle APD=\angle DPC$. Одредити тај угао.

Драгољуб Костић

Помоћ:

1. $\triangle BCM$ је карактеристичан са угловима од 30° , 60° и 90° . $\triangle CDM$ је једнакокраки.
2. Израчунај збир обима $\triangle ABQ$ и $\triangle AQC$. Затим израчунај збир обима $\triangle ABP$ и $\triangle PBC$. Сада упореди ова два збира.
3. OB је симетрала угла и $OL \parallel AB$. Зато је $\triangle BOL$ једнакокраки. Слично за $\triangle AOK$.
4. Симетрале су нормалне јер је $\alpha + \alpha' = 180^\circ$. $\triangle AMN$ је једнакокрак па је $\angle AMB = 45^\circ$. У $\triangle AMB$ је $18^\circ + 45^\circ + \beta = 180^\circ$ па је $\beta = 117^\circ$.
5. Нека је Q пресек симетрала унутрашњих углова. Четвороугао $AQDM$ је правоугаоник. MP је хипотенузина тежишна дуж.
6. Нека је тај угао φ , тада је и $\angle PDC = \varphi$, а то значи да је $\triangle PDC$ једнакокрак. Како је $PC = CD = 2BC$ значи да је $\triangle PBC$ правоугли са 30° .