

Припремна настава за упис у СМ 09.4.2020.

1. На страницама ромба AB и CD дате су тачке M и N тако да је $AM:AB=CN:CD=1:3$. Права MN сече праве AD и BC у тачкама P и Q . Доказати да је $MP=NQ=MN$.
2. Уписан круг троугла пројектован је на странице тога троугла. Доказати да су шест крајњих тачака ових пројекција концикличне тачке (припадају кругу).
3. У правилном петоуглу $ABCDE$ уписан је квадрат $ABFG$ у унутрашњости. Колики је угао ACF ?
4. Дат је $\triangle ABC$ код кога је $\alpha=68^\circ$ и $\beta=32^\circ$. Тачка D је подножје висине из C , а тачка P средиште дужи AB . На продужетку висине CD преко D изабрана је тачка M тако да је $MD=CD$, а на продужетку дужине CP преко P тачка N тако да је $NP=CP$. Колики је угао MBN ?
5. Тачка D је средиште странице AC троугла ABC . Симетрала угла ADB сече страницу AB у тачки E , а симетрала угла BDC сече страницу BC у тачки F . Ако је пресек дужи BD и EF тачка M , доказати да је $EM=MF$.
6. У једнакокраком троуглу $AC=6$ и $AC=BC$. Над страницом AC као пречником конструисана је кружница која сече страницу BC у D тако да је $CD=4$ и $BC=2$. Наћи основицу AB .

Драгољуб Костић

1.

Посматрај троуглове $\triangle CNQ$ и $\triangle AMP$.

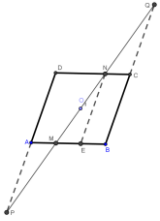
Они су подударни по ставу УСУ.

Из овога следи да је $MP=NQ$.

Нека је NE паралела са BC .

Посматрај троуглове $\triangle CNQ$ и $\triangle EMN$.

Они су подударни по ставу УСУ.



2.

Пројекција центра круга S на AB је тачка P_1 .

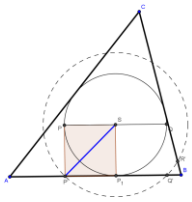
Пројекција полупречника паралелног са AB је $P'P_1$.

Четвороугао $SP_1P'P$ је квадрат.

Зато је $SP' = r\sqrt{2}$.

Слично за Q' која је пројекција тачке Q .

$$SQ' = r\sqrt{2}.$$



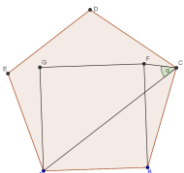
3.

Унутрашњи угао правилног петоугла је 108° .

Зато је $\sphericalangle CBF=18^\circ$.

$\triangle BCF$ је једнакокраки са врхом у B .

Решење $\sphericalangle ACF=45^\circ$.



4.

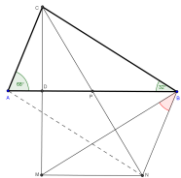
Посматрај четвороугао $ANBC$

Он је паралелограм јер се дијагонале полове.

Зато је $\sphericalangle ABN = 68^\circ$.

$\triangle BCD \cong \triangle BMD$ (M централно симетрична).

Зато је $\sphericalangle ABM = 32^\circ$.



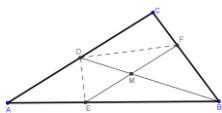
5.

Из $\triangle ABD$ где је DE симетрала добијамо $AE:BE = AD:BD$.

Из $\triangle CBD$ где је DF симетрала добијамо $CF:BF = CD:BD$.

Како је $AD = CD$ то је $AE:BE = CF:BF$ па је $EF \parallel AC$.

$\triangle ABD$ и $\triangle EBM$ су слични и $\triangle BDC$ и $\triangle BMF$ одакле добијамо тражену једнакост.



6.

Угао над пречником AC је прав.

Питагорина теорема за $\triangle ACD$

$$AD^2 = 20.$$

Питагорина теорема за $\triangle ABD$

