

ОДЕЉЕЊЕ ОБДАРЕНИХ УЧЕНИКА МАТЕМАТИЧКЕ ГИМНАЗИЈЕ

19.05.2020.

1. Решити неједначине:

1)  $\frac{x+1}{5} - \frac{x-3}{3} \leq \frac{2x-2}{5} - \frac{3-x}{2}$ ;

2)  $|x| < \frac{x}{3} + 1$ ;

3)  $x - 3|x| > 1$ ;

4)  $\sqrt{x^2 - 2x + 1} < 999$ ;

5)  $\sqrt{x^2 + 6x + 9} + \sqrt{x^2 - 8x + 16} \leq 19$ ;

6)  $\frac{5x-1}{x-3} < 0$ ;

7)  $\frac{2-x}{x+3} \geq 0$ ;

8)  $\frac{3x-4}{5x+2} > 0$ ;

9)  $(x-1)(x+2) < 0$

10)  $(3x+1)(2x-1) \geq 0$ ;

11)  $\frac{2x-7}{x+2} \geq 1$ ;

12)  $\frac{2x-1}{x-3} \leq 1$ ;

2. Решити систем неједначина:

(a)  $(x-1)(2-x) + (x-2)^2 < 5$ ,  $\frac{x+2}{3} - \frac{3(x-1)}{6} \leq \frac{7}{6}$ ;

(b)  $\frac{x-1}{2} - \frac{5-x}{3} - 8\left(\frac{4-x}{7} - \frac{2-x}{10}\right) \geq 5x - \frac{x-\frac{2}{3}}{7}$ ,  $6x-7 > 5x-1$ ,  $3x+6 > 8x-4$ .

3. Одредити све природне бројеве  $n$  за које важи:

(a)  $1+2+3+\dots+n < n^2 - 2n$ ;

(b)  $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{(n-1)n} + \frac{1}{n(n+1)} > \frac{999}{1000}$ .